



O uso de organizadores prévios no ensino de funções de duas variáveis

Válber Márcio de Argolo Melo¹; José Carlos de Santana Queiroz²

Como Citar:

MELO, Válber Márcio de Argolo;
QUEIROZ, José Carlos de Santana. O uso
de organizadores prévios no ensino de
funções de duas variáveis. Revista
Sociedade Científica, vol.7, n. 1, p.2476-
2493, 2024.
<https://doi.org/10.61411/rsc202449317>

DOI: 10.61411/rsc202449317

Área do conhecimento: Ciências Naturais

Sub-área: Matemática

Palavras-chaves: Organizadores prévios,
funções de duas variáveis, formação
docente.

Publicado: 31 de maio de 2024

Resumo

Este artigo apresenta uma discussão qualitativa sobre a formação docente, as deficiências dos alunos e as possibilidades de utilização dos organizadores prévios como estratégia didática para o ensino de funções de duas variáveis, elemento essencial aos estudos de matemática avançada como cálculo e álgebra. A complexidade inerente a aprendizagem dos conceitos destas funções representa um desafio significativo para os alunos das Licenciaturas em Matemática. São estudantes oriundos de uma educação básica fragilizada, fato que dificulta a sua compreensão e aplicação. Constatamos que os conhecimentos prévios apresentados pelos alunos, geralmente não são suficientes para o desenvolvimento de abordagens amplas destas funções. Os organizadores prévios são apresentados como um recurso didático relevante para prover os estudantes destes conhecimentos prévios para que aconteça aprendizagem efetiva, potencializando a compreensão dos conceitos e a habilidade em solucionar problemas. Este trabalho tem como objetivo trabalhar a base teórica por trás dos organizadores prévios, avaliar sua aplicabilidade no contexto do ensino de funções de duas variáveis e destacar as vantagens no contexto do ensino universitário. Aborda os fundamentos teóricos dos organizadores prévios, exemplifica sua aplicação prática e ressalta as vantagens verificadas em pesquisas e práticas educacionais.

1. Introdução

Nossa experiência enquanto professores do curso de Licenciatura em Matemática há vários anos, mostra a dificuldade enfrentada pela maioria dos futuros professores nos componentes curriculares de cálculo, geometria e álgebra. Atribuímos essas dificuldades às lacunas na formação no ensino básico, onde conceitos como

¹Universidade do Estado da Bahia, BA, Brasil. ✉

²Universidade do Estado da Bahia, BA, Brasil., Brasil. ✉



função e geometria não foram suficientemente abordados para garantir uma melhor compreensão pelos alunos. Neste texto buscamos produzir reflexões e estratégias para um melhor desenvolvimento do trabalho docente para o conceito de limite e derivada de funções de duas variáveis nos cursos de Licenciatura em Matemática.

Nos cursos de Licenciatura em Matemática a compreensão da matemática sistematizada e aplicada é fundamental para uma educação abrangente e interdisciplinar, e os cursos de cálculo desempenham um papel vital na preparação dos futuros professores. Essas disciplinas são essenciais para fornecer aos educadores as habilidades necessárias para enfrentar desafios acadêmicos e profissionais. No entanto, o ambiente educacional de hoje enfrenta desafios notórios, incluindo uma taxa elevada de evasão nos cursos da referida Licenciatura. Esse problema é intensificado pela dificuldade que muitos alunos têm de se apropriar dos conceitos de cálculo e outras temáticas do ensino, particularmente as funções de duas variáveis, que formam uma componente chave na educação matemática superior.

Tais funções são frequentemente encontradas em cursos de cálculo multivariado e álgebra linear, destacando sua importância no currículo. A complexidade dessas funções, que requerem a compreensão da dinâmica entre duas variáveis independentes e uma dependente, juntamente com a transição de conceitos de uma única variável para múltiplas, apresenta um desafio substancial para que os estudantes compreendam. Essa dificuldade em assimilar conceitos fundamentais de matemática pode ser um dos obstáculos que contribuem para a alta taxa de desistência entre os alunos dos cursos da Licenciatura em Matemática.

Este desafio impacta negativamente a procura por estes cursos, refletindo-se em um número reduzido de candidatos interessados. Entretanto, os aspirantes a professores de matemática frequentemente apresentam uma formação preliminar inadequada, evidenciando deficiências e desconhecimento no domínio de conceitos matemáticos



elementares que deveriam ser garantidos na educação básica. Tal situação agrava os obstáculos enfrentados no ensino superior.

Enquanto educadores, deparamo-nos com a necessidade constante de retomar conceitos básicos para assegurar que os estudantes não apenas compreendam, mas também sejam capazes de aplicar esses princípios em contextos novos e mais complexos, como é o caso do estudo das funções de duas variáveis.

Frente a esses obstáculos, é crucial identificar e implementar abordagens pedagógicas inovadoras que vão além do conteúdo tradicional, explorando técnicas de ensino projetadas para simplificar a assimilação de conceitos complexos. Uma abordagem promissora envolve a utilização de organizadores prévios, também conhecidos como ativadores de conhecimento. Essas ferramentas pedagógicas são vitais para equipar os estudantes com a base necessária para o aprendizado efetivo de novos conceitos, com ênfase especial nas funções de duas variáveis.

O objetivo deste trabalho é investigar a base teórica por trás dos organizadores prévios, avaliar sua aplicabilidade no contexto do ensino de funções de duas variáveis e destacar as vantagens constatadas tanto em estudos acadêmicos quanto em práticas de sala de aula. Com essa abordagem, almejamos oferecer uma contribuição significativa para o aprimoramento da educação matemática no ensino universitário e a redução das taxas de desistência em cursos de Licenciatura em Matemática.

É um estudo qualitativo fundamentado numa análise bibliográfica e nossas experiências enquanto docentes do ensino universitário e por meio deste, pretendemos dotar os educadores de recursos efetivos para enfrentar os desafios relacionados ao ensino de funções de duas variáveis.

2. **Funções de duas ou mais variáveis**

O estudo de funções de duas ou mais variáveis é fundamental nos campos do cálculo e da matemática avançada, marcando uma transição importante das análises de funções de uma única variável para abordagens mais elaboradas, essenciais em uma



ampla gama de disciplinas, incluindo ciências, física, engenharia, economia, entre outras. Este segmento tem como objetivo destacar a importância dessas funções, demonstrando sua utilidade na resolução de problemas reais e na contribuição para o avanço em diversas áreas acadêmicas e profissionais.

Para uma definição de função de duas variáveis, entendemos como afirmam Courant e Robbins (4):

“Do mesmo modo que um gráfico fornece uma representação geométrica de uma função de uma variável, uma representação geométrica de uma função $u=f(x,y)$ de duas variáveis é fornecida por uma superfície no espaço tridimensional com x,y e u como coordenadas. A cada ponto (x,y) no plano x,y associamos o ponto no espaço cujas coordenadas são (x,y) e $u=f(x,y)$. Assim a função $u=\sqrt{x^2+y^2}$ é representada por uma superfície esférica com a equação $u^2+x^2+y^2=1$ ”

Funções de duas ou mais variáveis são essenciais para representar cenários que não podem ser adequadamente capturados por funções de uma única variável. Por exemplo, na física, a capacidade de descrever o movimento tridimensional de objetos é habilitada pelo uso de funções de duas variáveis, como o conceito de gradiente. Isso permite uma análise mais aprofundada de dinâmicas complexas, incluindo o movimento de partículas, as características dos fluidos e as interações entre campos gravitacionais.

Dentro da engenharia, a importância das funções de duas ou mais variáveis se destaca na avaliação de tensões em componentes estruturais e na criação de sistemas de controle, que frequentemente envolvem a interação entre diversas variáveis independentes. Essas análises contribuem para a otimização de projetos e aprimoramento da eficácia de sistemas, evidenciando o papel indispensável das funções de duas variáveis na solução de desafios práticos.

Adicionalmente, nas áreas de economia e ciências sociais, as funções de duas variáveis são fundamentais para a modelagem de sistemas complexos que apresentam relações de interdependência entre variáveis econômicas. Exemplos notáveis incluem a dinâmica entre oferta e demanda ou as correlações entre preços e níveis de produção.



Essa habilidade de modelar é imprescindível para entender e analisar fenômenos econômicos e sociais com precisão.

A relevância das funções de duas ou mais variáveis também se manifesta na visualização de dados e na análise gráfica, fornecendo uma ferramenta eficiente para interpretar as relações entre variáveis, identificar tendências e padrões, e tomar decisões fundamentadas em análises visuais aprofundadas. Esta capacidade de oferecer insights visuais e analíticos é indispensável para a tomada de decisões informadas em uma variedade de contextos.

Fomentando a interdisciplinaridade, as funções de duas ou mais variáveis atuam como uma linguagem unificadora, propiciando a colaboração e a troca de conhecimentos entre profissionais de diversas disciplinas. A habilidade para manusear e interpretar essas funções é, assim, fundamental para o progresso colaborativo em atividades de pesquisa e desenvolvimento.

Em suma, a proficiência em funções de duas ou mais variáveis é essencial para estudantes e profissionais que se deparam com os desafios de um mundo marcado por sua complexidade e interconexões. A integração desse conteúdo nos programas de cálculo não apenas prepara os indivíduos para resolver questões complexas e exercer a docência, mas também promove o entendimento interdisciplinar e incentiva a inovação e aplicação em diversas áreas do conhecimento. Portanto, dar ênfase ao estudo e à aplicação de funções de duas variáveis é crucial para formar sujeitos competentes e qualificados, capazes de responder às necessidades do século XXI.

3. Superando obstáculos na formação prévia de estudantes de cálculo: estratégias para o sucesso matemático

O desempenho acadêmico em disciplinas de cálculo depende do conhecimento prévio que os alunos levam da educação básica. Os dados das avaliações nacionais e internacionais no que tange à aprendizagem de conceitos matemáticos dos alunos do ensino médio. E de acordo com os resultados das avaliações do SAEB (6) e do PISA



(6), em relação à aprendizagem de matemática, 71,67% dos alunos têm nível insuficiente de aprendizado e desses, 23% estão no nível zero, o mais baixo da escala de proficiência.

Esses resultados revelam as deficiências significativas na formação matemática desses estudantes, o que se torna um obstáculo para o aprendizado e a aplicação efetiva dos princípios de cálculo. Neste capítulo, discutiremos essas defasagens educacionais e sugerimos estratégias para superá-las, visando promover o avanço dos estudantes na compreensão dos conceitos que envolvem o cálculo na matemática acadêmica.

As lacunas mais comuns encontradas nestes alunos, incluem conceitos de função, álgebra e trigonometria, que são essenciais para o entendimento do cálculo. A capacidade de manipular equações e compreender funções nestas áreas específicas é fundamental para um entendimento mais amplo. Diante disso, torna-se imperativo que os educadores detectem estas lacunas logo no início e adotem medidas de suporte, tais como cursos de nivelamento ou tutorias personalizadas, a fim de desenvolver essas habilidades fundamentais.

Os próprios discentes da licenciatura reconhecem essas deficiências e sugerem cursos de nivelamento, como citado abaixo por Sampaio & Silva (11),

Diante das pesquisas realizadas entre os discentes que continuam estudando na Licenciatura, no quesito sugestões, vários enfatizaram que fosse realizado um curso de nivelamento, Pré-Cálculo com o objetivo de suprir suas dificuldades trazidas do Ensino Médio, conforme tabela 3. Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCN/EM,1999) verificam a existência da necessidade de uma mudança na prática pedagógica atual.

Ademais, o conceito de função, que é fundamental para o cálculo, frequentemente é mal interpretado pelos estudantes. Técnicas pedagógicas que associam funções a modelos matemáticos representativos de fenômenos do mundo real podem ser extremamente benéficas para reforçar a compreensão dos alunos, evidenciando a aplicabilidade prática desses conceitos.



A habilidade de representar e analisar graficamente funções através da geometria analítica é mais uma competência fundamental para um melhor entendimento dos conceitos inerentes a um curso denso de cálculo, porém muitos alunos apresentam dificuldades nesta temática. Abordagens pedagógicas focadas em melhorar a leitura de gráficos e a compreensão das conexões entre conceitos matemáticos e suas representações gráficas são fundamentais. Esse fato foi observado por Henriques & Almouloud, (2016) que, na perspectiva da Teoria Semiótica de Duval propõe instrumentos como a modelagem por software.

“...auxiliar os estudantes na reflexão sobre o tema e discutir as técnicas instrumentais de representação das funções em questão nos diferentes registros, em especial no registro gráfico, utilizando o software Maple na modelagem de superfícies, porque o fenômeno “ver” ou representar objetos matemáticos em três dimensões é um dos entraves na aprendizagem de CDI(cálculo diferencial e integral) e Geometria pelos estudantes”

Também recomenda o uso de software na representação gráfica, desta vez por meio de curvas de nível, o pesquisador Martins (7). Este trabalho menciona a técnica de mapeamento topográfico para explicar a representação tridimensional de uma superfície.

“No estudo da geografia, onde estudamos todas as características do solo assim como na agronomia as curvas de nível são encontradas, onde neste contexto a curva de nível trata-se de uma representação altimétrica no plano 2d, fazendo assim toda alusão ao nosso trabalho que visa a transformação de uma figura geométrica do plano 3d para outro plano, cuja esse plano será o 2d.”

A notação matemática, que constitui a linguagem fundamental do cálculo, muitas vezes representa um desafio para os estudantes. Proporcionar clareza na apresentação e na explicação das convenções de notação matemática, juntamente com a utilização de exemplos concretos, pode ser decisivo para ultrapassar essas barreiras, garantindo que os alunos sejam capazes de entender e utilizar esses símbolos em variados contextos.



Finalmente, o estudo do cálculo exige um nível elevado de raciocínio lógico-matemático, abrangendo habilidades de abstração e de resolução sistemática de problemas. É essencial orientar os estudantes no aprimoramento dessas capacidades cognitivas, utilizando estratégias de ensino voltadas para a solução de problemas, o desenvolvimento da lógica e o estímulo ao pensamento crítico.

Promover atividades com vistas a superar as lacunas na formação dos estudantes ao iniciar cursos de cálculo demanda um esforço contínuo das instituições de ensino universitário para prover recursos de apoio e nivelamento acadêmico. É também fundamental a implementação de métodos de ensino inovadores que estabeleçam uma fundamentação robusta de conhecimento matemático.

4. **Sobre a Aprendizagem Significativa**

A compreensão ampla dos subsunçores no processo de aprendizagem significativa é um meio de apresentar estratégias específicas para que os educadores possam identificar e empregar esses elementos fundamentais para facilitar o aprendizado. Uma dessas estratégias envolve a realização de diálogos e questionamentos. Promover discussões interativas, tanto em pequenos grupos quanto com a classe inteira, ajuda a explorar o conhecimento prévio dos estudantes sobre determinados temas. Utilizar perguntas abertas que estimulem a reflexão e o compartilhamento de ideias pode desvendar subsunçores cruciais.

A Teoria da Aprendizagem Significativa, proposta por David Ausubel nas décadas de 1960 e 1970, sublinha a importância crítica de conectar novos saberes à estrutura cognitiva já existente dos estudantes, a fim de promover um aprendizado autêntico e de longa duração. Nesse contexto, o conceito de "subsunçor" é fundamental, referindo-se a ideias ou conceitos previamente consolidados na mente do estudante, que servem como pontos de apoio para a incorporação de novas informações. A correta identificação desses subsunçores é vital para fomentar um aprendizado que não só seja significativo, mas também permanentemente integrado ao conjunto cognitivo do aluno.



Segundo Moreira, Sousa e Silveira (8). “Organizadores prévios são materiais introduzidos antes do próprio material de aprendizagem e apresentados num nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade”. Além disso, sobre subsunçores Moreira (9) afirma que:

Novas ideias e informações podem ser aprendidas e retidas na medida em que conceitos relevantes e inclusivos estejam adequadamente claros e disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo, funcionando, dessa forma, como pontos de ancoragem às novas ideias e conceitos.

Sobre a função dos organizadores prévios Moreira, Sousa, Silveira (8) afirma:

“A principal função do organizador prévio é servir de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que ele precisa saber para que possa aprender com sucesso (significativamente) o novo material (Ausubel, 1980). Ele deve fornecer uma ancoragem ideacional para a retenção e incorporação estável do material mais detalhado e diferenciado que se segue e também aumentar a discriminabilidade entre este material e as ideias similares”

A Implementação de atividades diagnósticas constitui numa abordagem relevante nesse contexto. O uso de testes ou atividades de diagnóstico no começo de um curso ou unidade de estudo permite mapear o conhecimento prévio dos alunos. Essas atividades devem ser desenhadas para identificar compreensões e mal-entendidos comuns, facilitando a detecção dos subsunçores apropriados. Adicionalmente, a revisão de conteúdos anteriores ao introduzir novos conceitos que se apoiam em saberes prévios pode reativar subsunçores essenciais, melhorando a ligação com novas informações.

A análise de trabalhos anteriores dos alunos oferece insights valiosos sobre os conceitos com os quais eles já estão familiarizados, o que ajuda a identificar subsunçores eficazes. Encorajar discussões em grupo e a colaboração entre os alunos também é fundamental. Isso não só promove um ambiente enriquecedor para a identificação de subsunçores como também reforça a aprendizagem colaborativa. O fornecimento de feedback individualizado sobre os trabalhos dos alunos pode esclarecer



tanto suas forças quanto as áreas que precisam de desenvolvimento, revelando os subsunçores que fundamentam seu entendimento.

A elaboração de mapas conceituais (MC) é estratégia que pode contribuir para melhorar a compreensão de conceitos. Segundo Moraes (10):

Em sua essência, os MC dispõem as representações gráficas de conceitos em um domínio específico de conhecimento, construídas de tal forma que as interações entre os conceitos sejam evidenciadas. Como recursos para o ensino e a aprendizagem, os mapas conceituais servem para tornar claro aos professores e alunos as relações entre conceitos de um conteúdo, aos quais deve ser dado maior ênfase. (NOVAK, 1996, p. 33 apud Moraes (10))

Por fim, a observação atenta em sala de aula das interações e do engajamento dos alunos pode indicar os subsunçores que afetam a compreensão dos conceitos ensinados. Além disso, a aplicação regular de avaliações formativas contínuas é necessário para acompanhar o progresso dos alunos e entender como os subsunçores identificados estão sendo integrados ao seu aprendizado ao longo do tempo.

A detecção de subsunçores é um processo intrinsecamente dinâmico que exige uma estratégia flexível e atenta às diferenças individuais presentes em cada turma. Personalizar o ensino, levando em conta os subsunçores únicos de cada estudante, é fundamental para otimizar os resultados da aprendizagem significativa. Tal abordagem não apenas aprimora a jornada educativa, tornando-a mais pertinente e profunda, mas também capacita os alunos a empregar seus conhecimentos de forma crítica e criativa em variadas situações.

A efetiva identificação e utilização dos subsunçores convertem a sala de aula em um espaço propício ao desenvolvimento da aprendizagem significativa. Professores que dominam técnicas para reconhecer e integrar estes conceitos fundamentais são capazes de promover experiências educativas que não só se enraízam solidamente na estrutura cognitiva dos estudantes, mas também têm grande relevância prática. Este capítulo oferece um manual detalhado para educadores interessados em implementar e refinar estas abordagens pedagógicas.



5. **Promovendo a Aprendizagem Significativa com Organizadores Prévios**

Na linha de frente das metodologias pedagógicas destinadas a cultivar a aprendizagem significativa estão os organizadores prévios, conforme apresentado na teoria educacional de David Ausubel. Estas ferramentas são fundamentais para preparar a base cognitiva dos estudantes, ativando seus conhecimentos preexistentes e estabelecendo um contexto enriquecedor e motivador antes da apresentação de novos conceitos. A eficácia dos organizadores prévios no contexto específico do ensino de funções de duas variáveis evidencia-se por meio de exemplos concretos, cujos benefícios são considerados com base em observações em sala de aula e estudos bibliográficos pertinentes.

Os organizadores prévios são ferramentas versáteis que se adaptam para atender às especificidades das necessidades educacionais, promovendo um entendimento mais profundo e contextualizado dos temas abordados. Estratégias efetivas para sua aplicação incluem a realização de discussões conceituais, que inauguram o processo de aprendizado com debates focados nas ideias-chave pertinentes ao tópico em análise, relacionando tais ideias aos conceitos já dominados pelos alunos. Este método é eficaz para ativar os subsunçores relevantes, preparando os estudantes para a absorção de novos conhecimentos.

A apresentação de exemplos concretos, que ilustram a aplicação prática de funções de duas variáveis no cotidiano, estabelece uma ponte entre a teoria e a prática, enriquecendo a compreensão matemática dos alunos. Além disso, a promoção de atividades práticas que precedem a formalização dos conceitos matemáticos encoraja os alunos a investigar as relações entre variáveis em cenários reais. Essa abordagem incentiva um aprendizado ativo e melhora a visualização das aplicações práticas dos conceitos matemáticos.



Para exemplificar o uso de organizadores prévios, consideremos atividades como a exploração de gráficos bidimensionais simples, como $f(x, y) = x + y$, antes de introduzir conceitos mais complexos como superfícies tridimensionais e funções de duas variáveis. Aqui, explorando as curvas de nível para este caso obtemos retas paralelas à segunda bissetriz, o que é um conhecimento básico em geometria analítica. Com isso podemos perceber que a superfície é um plano inclinado. Esta fase inicial ajuda os alunos a entender a interação entre variáveis em um contexto já conhecido.

Outra atividade sugerida é o desafio de modelar situações reais que envolvem duas variáveis, como a correlação entre temperatura e altitude, ligando diretamente a teoria matemática abstrata com situações palpáveis e observáveis, destacando assim a utilidade dos conceitos matemáticos estudados. Nos telejornais atualmente são apresentados mapas de temperatura ou a incidência de chuva em determinadas regiões, sendo uma maneira interessante de apresentar uma função cuja variável dependente é a posição no globo terrestre.

A aplicação cuidadosa de organizadores prévios em temas complexos, como as funções de duas variáveis, oferece uma série de vantagens. Isso inclui a ativação eficaz de conhecimentos prévios, um aprimoramento significativo na compreensão dos conceitos e um incremento notável na habilidade dos alunos para resolver problemas. Essas ferramentas são indispensáveis para promover uma aprendizagem significativa, preparando os estudantes de maneira eficaz para a assimilação de novos dados e conceitos.

Ao integrar os organizadores prévios à prática educacional, os professores não apenas estimulam a ativação de saberes prévios importantes, mas também facilitam a criação de ligações profundas e a aplicação prática dos conhecimentos adquiridos. Isso enriquece significativamente a experiência educativa, tornando-a mais engajante, compreensiva e duradoura. Portanto, os organizadores prévios desempenham um papel crucial ao preparar os estudantes para empregar de forma prática e contextualizada o



conhecimento obtido, construindo um alicerce robusto para o entendimento autêntico e a aplicação dos conceitos matemáticos abordados.

As funções de duas variáveis também são bastante utilizadas na busca por soluções ótimas de problemas práticos, como exemplo temos: "De todos os retângulos com área dada, encontre o que tem a diagonal mais curta" (COURANT, ROBBINS, 4). Embora o problema possa ser reduzido a uma variável, ele nasce como uma função de duas variáveis.

6. **Máximos e mínimos de funções**

A utilização de organizadores prévios no ensino de derivadas de funções de duas variáveis é a abordagem que propomos prepara os estudantes para os conceitos avançados de cálculo diferencial, com foco especial no estudo de máximos e mínimos. Essa estratégia pedagógica envolve a ativação do conhecimento prévio dos alunos, proporcionando um contexto relevante e despertando o interesse antes da introdução de conceitos mais complexos. Assim, os organizadores prévios podem ser utilizados para facilitar o ensino de derivadas de funções de duas variáveis, ressaltando práticas exemplares e os benefícios observados em sala de aula decorrentes de sua aplicação.

Entre as estratégias de organizadores prévios recomendadas, inclui-se a introdução conceitual, que começa com uma revisão de derivadas e pontos críticos em funções de uma variável como fundamento para a transição para funções de duas variáveis. Discussões sobre a importância dos pontos críticos na identificação de máximos e mínimos locais e globais são enriquecidas com exemplos familiares aos alunos. A visualização gráfica é outra estratégia chave, que prepara os alunos para as derivadas parciais e a visualização de superfícies tridimensionais e curvas de nível por meio de gráficos bidimensionais, frequentemente com o auxílio de softwares de geometria dinâmica.



Analogias com fenômenos naturais, como a relação entre altitude e temperatura, exemplificam a aplicação de funções de duas variáveis na modelagem de situações reais. Além disso, exercícios de exploração prévia incentivam a compreensão intuitiva das derivadas parciais, permitindo aos alunos explorarem o impacto da variação de uma variável enquanto a outra se mantém constante.

Na implementação prática desses organizadores, a análise de pontos críticos e a exploração das curvas de nível são abordadas progressivamente, desde exemplos simples até casos mais complexos, demonstrando como calcular e interpretar derivadas parciais. Recursos visuais são empregados para representar superfícies e curvas de nível, encorajando os estudantes a modelar problemas de otimização usando essas representações gráficas.

Os benefícios dessa abordagem incluem a ativação eficiente do conhecimento prévio, melhor compreensão conceitual e uma habilidade aprimorada para resolver problemas complexos. Essa metodologia não só facilita a transição para conceitos de cálculo mais avançados, mas também sublinha a aplicabilidade e relevância prática dos conceitos matemáticos.

Na transição do cálculo diferencial de funções univariadas para o domínio mais complexo das funções multivariadas, a formulação e aplicação do polinômio de Taylor adquirem uma importância renovada. Esta metodologia é importante na facilitação da generalização dos processos de análise de máximos e mínimos para dimensões superiores. Ao adaptar o polinômio de Taylor para funções de múltiplas variáveis, obtemos uma ferramenta analítica poderosa, capaz de desvendar a estrutura local dessas funções em espaços de maior dimensionalidade.

A identificação de pontos críticos em funções de várias variáveis é efetuada mediante a análise do gradiente da função, buscando-se os pontos em que este se anula. Tal condição indica que todas as derivadas parciais de primeira ordem da função nesses pontos são iguais a zero. A investigação desses pontos críticos é aprofundada com o



auxílio da matriz Hessiana, que contém as segundas derivadas parciais da função. Esta matriz é fundamental para determinar a natureza dos pontos críticos, permitindo distinguir entre máximos locais, mínimos locais e pontos de sela. Essa metodologia refinada não somente enriquece a análise de funções multivariadas, mas também expande significativamente a aplicabilidade dos conceitos de máximos e mínimos em uma vasta gama de contextos matemáticos e científicos.

A adoção de organizadores prévios no ensino de derivadas de funções de duas variáveis é um meio de garantir aos alunos de maneira eficiente um estudo mais aprofundado de máximos e mínimos. Ao acionar saberes prévios, proporcionar contextos relevantes e empregar exemplos práticos, os educadores podem conseguir aumentar significativamente o engajamento dos alunos e promover uma aprendizagem significativa, simplificando a compreensão de conceitos complexos e sua aplicação em situações reais.

7. **Considerações finais**

A implementação de organizadores prévios como um elemento central no ensino de funções de duas variáveis representa uma abordagem pedagógica inovadora e profundamente efetiva. Essa metodologia não apenas facilita a compreensão dos conceitos complexos inerentes ao estudo de funções de duas variáveis, mas também cria situações que enriquece a capacidade dos estudantes em aplicar esses conceitos na resolução de problemas reais, elevando significativamente o valor e a significância da aprendizagem. Isso pode ser constatado no desempenho acadêmico. Aqueles estudantes que apresentam dificuldade inicial e buscam se apropriar dos conhecimentos prévios necessários ao entendimento da temática em estudo conseguem melhora significativa no seu desempenho. Ao integrar essa estratégia, os educadores têm a oportunidade de superar barreiras comuns no ensino de matemática avançada, oferecendo uma experiência educacional mais rica, compreensível e estimulante.



A adoção dos organizadores prévios como uma prática regular nas salas de aulas vai além da melhoria imediata na compreensão dos alunos, ela sinaliza para um olhar diferenciado na bagagem intelectual dos alunos, buscando superar as lacunas necessárias para a evolução no processo de ensino-aprendizagem, priorizando a construção de uma base sólida de conhecimento que os alunos podem acessar e expandir continuamente.

Além disso, a integração efetiva de organizadores prévios no ensino de funções de duas variáveis tem o potencial de transformar o ambiente educacional, promovendo uma cultura de curiosidade, questionamento e descoberta. Isso não apenas aumenta o engajamento dos alunos, mas também fomenta um sentimento de competência e confiança em suas habilidades matemáticas. Tais sentimentos são cruciais para o desenvolvimento de uma postura proativa em relação à aprendizagem e podem inspirar os alunos a perseguir desafios acadêmicos com maior determinação e autoconfiança.

Além de beneficiar os alunos, a prática de utilizar organizadores prévios oferece aos educadores uma ferramenta valiosa para avaliar e adaptar suas metodologias de ensino. Ao observar como os alunos interagem com os conceitos apresentados através dos organizadores prévios, os professores podem obter insights importantes sobre as estratégias de aprendizagem mais eficazes, permitindo uma personalização mais precisa do processo educativo. Isso, por sua vez, pode levar a um ensino mais adaptativo e responsivo, onde as necessidades individuais dos alunos são atendidas com maior eficácia.

Em última análise, a incorporação de organizadores prévios na educação matemática, especialmente no contexto das funções de duas variáveis, é mais do que uma estratégia pedagógica; é um compromisso com a excelência educacional. Essa abordagem não só prepara os estudantes para enfrentar os desafios acadêmicos com maior competência, mas também os prepara com habilidades críticas de pensamento e análise que são indispensáveis no mundo moderno. Portanto, a prática contínua e



refinada de aplicar organizadores prévios nas salas de aula é um investimento valioso no futuro dos alunos, contribuindo significativamente para a formação de indivíduos mais preparados, adaptáveis e engajados em suas jornadas de aprendizagem.

8. **Declaração de direitos**

O(s)/A(s) autor(s)/autora(s) declara(m) ser detentores dos direitos autorais da presente obra, que o artigo não foi publicado anteriormente e que não está sendo considerado por outra(o) Revista/Journal. Declara(m) que as imagens e textos publicados são de responsabilidade do(s) autor(s), e não possuem direitos autorais reservados a terceiros. Textos e/ou imagens de terceiros são devidamente citados ou devidamente autorizados com concessão de direitos para publicação quando necessário. Declara(m) respeitar os direitos de terceiros e de Instituições públicas e privadas. Declara(m) não cometer plágio ou auto plágio e não ter considerado/gerado conteúdos falsos e que a obra é original e de responsabilidade dos autores.

9. **Referências**

1. BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Resolução nº 2, de 22 de dezembro de 2017. Define e institui as diretrizes curriculares nacionais para a educação básica e a Base Nacional Comum Curricular. Diário Oficial da União, seção 1, Brasília, DF, 22 dez. 2017.
2. BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.
3. BONATO, G. C.; de MELLO, K. B. Evasão no curso de Licenciatura em Matemática do IFRS Campus Caxias do Sul. REMAT: Revista Eletrônica da Matemática, v. 3, n. 1, p. 26-37, 2017.
4. COURANT, Richard; ROBBINS, Herbert. O que é Matemática: uma abordagem elementar de métodos e conceitos. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2000.
5. HENRIQUES, A.; ALMOULOU, S. A. Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma



- análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. *Ciência & Educação*, v. 22, n. 2, p. 465-487, 2016.
6. INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Ministério da Educação. 2018. Aprimoramentos no Sistema de Avaliação da Educação Básica ampliarão a produção de evidências educacionais.
 7. MARTINS, W. V. Curvas de nível: um recurso gráfico utilizando o software Geogebra. 2020.
 8. MOREIRA, M. A.; de SOUSA, C. M.; da SILVEIRA, F. L. Organizadores prévios como estratégia para facilitar a aprendizagem significativa. *Cadernos de Pesquisa*, n. 40, p. 41-53, 1982.
 9. MOREIRA, Marco Antonio. Teorias de aprendizagem. São Paulo: LTC, 2023.
 10. MORAES, R. D. A aprendizagem significativa de conteúdos de biologia no ensino médio, mediante o uso de organizadores prévios e mapas conceituais. Universidade Católica Dom Bosco, Campo Grande, Brasil, 2005.
 11. SAMPAIO, J. C.; da SILVA, K. S. P. Evasão na licenciatura em matemática: desafios e ações. *Brazilian Journal of Development*, v. 5, n. 12, p. 31096-31106, 2019.